

Pismeni ispit (4)

Predmet: Matematičke metode fizike 1

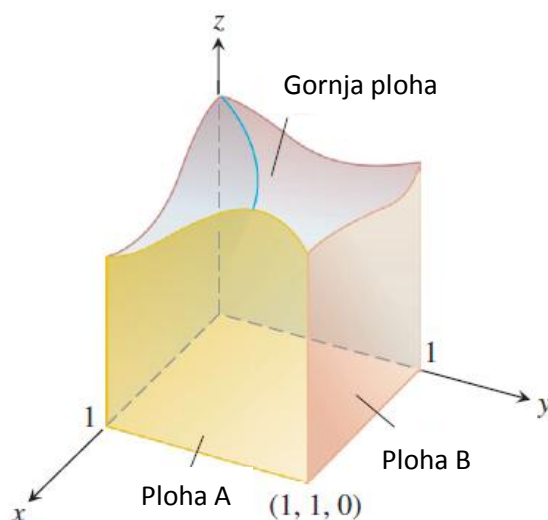
27.09.2010.



1. (20) Ako su $\Phi = r^2 \sin(\varphi + \theta)$; $\vec{F} = r^2 \sin \theta \hat{r}$ te $\vec{E} = \rho^{2010} \hat{\rho} + z \sin \varphi \hat{\varphi} + 2z \cos \varphi \hat{z}$ odredite:

- (a) $\nabla \Phi$; (b) $\nabla \vec{F}$; (c) $\nabla \times \vec{E}$; (d) $\text{div}(\nabla \times \vec{F})$.

2. (20) Baza zatvorenog tijela sličnog kocki, prikazanog na slici dolje, jest jedinični kvadrat u xy ravnini. Četiri bočne strane paralelne su s koordinatnim ravninama. Gornji dio tijela čini neka glatka ploha. Odredite tok vektorskog polja $\vec{F} = x\hat{i} - 2y\hat{j} + (z + 3)\hat{k}$ prema vani kroz gornju površinu ako je tok kroz plohu A jednak 1, a kroz B -3.



3. (20) Odredite rad koji obavimo djelujući silom

$$\vec{F} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

po krivulji $\vec{r}(t) = (e^t \cos t)\hat{i} + (e^t \sin t)\hat{j}$ od točke (1,0) do točke $(e^{2\pi}, 0)$.

4. (20) Odredite centar mase tanke žice, gustoće $\frac{1}{t+1}$, u obliku krivulje

$$\vec{r}(t) = t\hat{i} + \frac{2\sqrt{2}}{3} t^{\frac{3}{2}}\hat{j} + \frac{t^2}{2}\hat{k} \quad 0 \leq t \leq 2$$

5. (20) a) Izrazite $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ u koordinatnom sustavu kojeg dobijemo rotacijom za kut $\alpha = 30^\circ$ oko z osi te provjerite odnose duljina dobivenih vektora.

b) Ako je rang tenzora \tilde{A} i \tilde{B} naznačen brojem indeksa u relacija $K^{ijkl} A_{ij} = B^{kl}$, koja vrijedi u svim (zarotiranim) Kartezijevim sustavima, tada je \tilde{K} tenzor ranga 4.